

语言真值格蕴涵代数的蕴涵不可约元

赖家俊^{1,2}, 徐 扬²

(1. 西南交通大学基础课部(峨眉校区), 四川峨眉 614202; 2. 西南交通大学智能控制开发中心(九里校区), 四川成都 610031)

摘 要: 本文提出了语言真值格蕴涵代数的蕴涵不可约元、有限蕴涵分解元、有限蕴涵分解不可约元的定义, 并研究了它们的结构特征, 证明了语言真值格蕴涵代数中的部分元素可由蕴涵不可约元通过张量积运算生成.

关键词: 语言真值格蕴涵代数; 蕴涵不可约元; 有限蕴涵分解元; 有限蕴涵分解不可约元

中图分类号: O141.1; O153

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2014)10-1998-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.10.020

The Irreducible Elements of Linguistic Truth-Valued Lattice Implication Algebras

LAI Jia-jun^{1,2}, XU Yang²

(1. Department of Basic Courses, Southwest Jiaotong University, Emei, Sichuan 614202, China;

2. Intelligent Control Development Center, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: The implicational irreducible elements, finite implicational decomposable elements and finite implicational decomposable irreducible elements based on linguistic truth-valued lattice implication algebra were discussed in this paper, their structure characteristics were investigated about implicational irreducible elements, finite implicational decomposable elements, and finite implicational decomposable irreducible elements, and it is proved that a part elements of linguistic-valued lattice implication algebra were generated by tensor product operation.

Key words: linguistic truth-valued lattice implication algebra; implicational irreducible element; finite implicational decomposable element; finite implicational decomposable irreducible element

1 引言

智能信息处理已成为人工智能领域中最重要研究方向之一, 而为智能信息处理提供一个可靠的逻辑基础又是非常重要的研究内容^[1~3]. 二十世纪以来, 大量学者做了这方面的研究, N Cat Ho 和 W Wechler 于 1992 年给出了语言变元自然结构范围内的代数方法且定义了 Hedge 代数^[4,5]. 2006 年, 王国俊教授等引入了命题的诱导函数的概念, 建立了程度化的近似推理理论, 并提出了有限逻辑理论的相容度理论^[6]. 2011 年, 李骏等给出了 n 值 S-MTL 命题逻辑系统的定义以及公式真度的积分表达式, 同时引入了一种伪距离, 得到了三种近似推理机制^[7,8]. 2013 年, 基于量子自动机理论的研究, 韩召伟进一步研究了量子自动机的代数与逻辑基础, 并研究了量子无穷正则语言的代数刻画、层次刻画^[9]. 吴洪博等于 2013 年在正则 FI 代数中通过蕴涵算子提出了

MT 理想的概念, 讨论了正则 FI 代数中 MT 理想与同余关系的联系^[10]. 二十世纪九十年代末期, 徐扬教授将格这一特殊的代数结构与蕴涵算子结合起来提出了格蕴涵代数^[2,3], 进一步又研究了相关代数结构, 譬如: LI-理想^[11~15], 滤子^[16~18]等. 在文献[14]中, 赖家俊和徐扬教授等又提出了 WLI-理想、FP-滤子、FPD-滤子等定义, 并研究了许多相关性. 有关代数结构的许多内容, 读者可查阅文献[19~27]. 秦克云教授等在文献[28]中给出了赋范格蕴涵代数、收敛数列和柯西数列的定义, 讨论了它的一些性质. 此后, 赖家俊等提出了赋范蕴涵满射、赋范格 H 蕴涵同态、赋范格 H 蕴涵同构以及赋范同构等定义, 讨论了它们的性质, 并得到了有关核的两个充要条件, 同时给出了单调有界数列收敛的条件^[29,30]. 2006 年, 徐扬教授提出了语言真值格蕴涵代数, 并得到许多重要性质^[31]. 2007 年后, 赖家俊讨论了基于语言真值格蕴涵代数的语言真值格值命题逻辑 $\mathcal{LP}(X)$ ^[32,33].

2008 年,赖家俊在文献[34]的基础上研究了语言真值格值命题逻辑系统的推理规则^[31]以及带有广义量词的语言真值格值逻辑一阶逻辑的推理规则.2013 年,赖家俊等讨论了语言真值格值一阶逻辑系统中公式程度化^[35].由于格蕴涵代数中的蕴涵算子“ $\rightarrow$ ”在不确定性推理^[36,37]中起着非常重要的作用,随着研究问题的深入以及应用背景复杂性的增加,考虑不确定性推理算法的优越性,因此有必要进一步研究逻辑代数的结构,对于发展智能信息处理的理论具有重要的现实意义.

本文作为上述研究工作的继续,在语言真值格蕴涵代数中研究与蕴涵算子有关的元素特征,给出蕴涵不可约元、有限蕴涵分解元以及有限蕴涵分解不可约元的定义,讨论它们的性质,进一步通过“ $\otimes$ ”算子探讨蕴涵不可约元生成元的条件.

2 预备知识

定义 1^[31] 设 $LS = \{b_1, b_2\}$ 是一个元语言真值集合, b_1 与 b_2 互为反义词,且 $b_1 \leq b_2$, 如 $b_1 = \text{坏}$, $b_2 = \text{好}$, 或者 $b_1 = \text{假}$, $b_2 = \text{真}$ 等.按布尔代数上的运算定义 LS 上运算,则 LS 是一个格蕴涵代数,称之为元语言格蕴涵代数.

定义 2^[31] 设 $MS = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 且 $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是一个修饰元语言真值的修饰词集合,定义 MS 上的 $\vee, \wedge, ', \rightarrow$ 运算如下: $a_i \vee a_j = a_{\max\{i, j\}}$, $a_i \wedge a_j = a_{\min\{i, j\}}$, $(a_i)' = a_{n-i+1}$, $a_i \rightarrow a_j = a_{\min\{n-i+j, n\}}$, 则 $(MS, \vee, \wedge, ', \rightarrow, a_1, a_n)$ 是一个格蕴涵代数,称之为修饰词格蕴涵代数.

定义 3^[31] 设 $MS = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 为修饰词集合, $LS = \{b_1, b_2\}$ 为元语言真值集合,记 $L_{n \times 2} = \{(a_1, b_1), (a_2, b_1), \dots, (a_n, b_1), (a_1, b_2), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_2)\}$, $L_{n \times 2}$ 上的算子定义为:

$$\begin{aligned} (a_i, b_j)' &= (a_i', b_j'), \\ (a_i, b_j) \rightarrow (a_g, b_h) &= (a_i \rightarrow a_g, b_j \rightarrow b_h). \end{aligned}$$

定义映射 f :

$$MS \times LS \rightarrow L_{n \times 2},$$

$$f((a_i, b_j)) = \begin{cases} (a_i', b_j), & j = 1 \\ (a_i, b_j), & j = 2 \end{cases}$$

则 f 是一个同构映射. $MS \times LS$ 上的算子定义如下:

$$\begin{aligned} (a_i, b_j)' &= f^{-1}((f(a_i, b_j))'), \\ (a_i, b_j) \vee (a_g, b_h) &= f^{-1}(f(a_i, b_j) \vee f(a_g, b_h)), \\ (a_i, b_j) \wedge (a_g, b_h) &= f^{-1}(f(a_i, b_j) \wedge f(a_g, b_h)), \\ (a_i, b_j) \rightarrow (a_g, b_h) &= f^{-1}(f(a_i, b_j) \rightarrow f(a_g, b_h)). \end{aligned}$$

则称 $MS \times LS$ 为语言真值格蕴涵代数,简记为 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)}$.

例 1^[31] 设 $L_2 = \{\text{真}, \text{假}\}$, 对于任意的 $x_i, x_j \in L_2$ ($i, j = 1, 2$), 定义 L_2 的运算为:

真 $\vee$ 假 = 真, 真 $\wedge$ 假 = 假, 真' = 假, 假' = 真, $x_i \rightarrow x_j = x_i' \vee x_j$, 则 $(L_2, \vee, \wedge, ', \rightarrow)$ 是一个元语言格蕴涵代数; 设

$L_9 = \{\text{稍微 (Slightly, 简记为 } Sl)\}$,

有点 (Somewhat, 简记为 So),

有些 (Rather, 简记为 Ra),

几乎 (Almost, 简记为 Al),

恰好 (Exactly, 简记为 Ex),

十分 (Quite, 简记为 Qu),

非常 (Very, 简记为 Ve),

极为 (Highly, 简记为 Hi),

绝对 (Absolutely, 简记为 Ab)}

为修饰词集合, 称

$$Sl \leq So \leq Ra \leq Al \leq Ex \leq Qu \leq Ve \leq Hi \leq Ab$$

上按照 Łukasiewicz 蕴涵定义的格蕴涵代数为修饰词格蕴涵代数.按照定义 3 的算子定义, 则由 L_9 与 L_2 生成一个十八元语言真值格蕴涵代数 $L_9 \times L_2$, 简记为 $\mathcal{L}_{v(9 \times 2)}$.

3 语言真值格蕴涵代数中蕴涵不可约元

格蕴涵代数中的蕴涵算子“ $\rightarrow$ ”在代数结构中扮演着非常重要的作用, 如滤子、LI-理想等内容, 基于格蕴涵代数的格值逻辑系统中的推理规则都通过“ $\rightarrow$ ”体现真值的传递.因此针对蕴涵算子“ $\rightarrow$ ”研究语言真值格蕴涵代数中的蕴涵不可约元的理论是有价值的.

定义 4 称语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)} = (L_{v(n \times 2)}, \vee, \wedge, ', \rightarrow, 0, 1)$ 中的元 $(a_i, b_i^*) \neq (a_n, t)$ 为蕴涵不可约元(或蕴涵既约元), 如果对任意的 $(a_j, b_j^*) \in L_{v(n \times 2)}$, (a_i, b_i^*) 满足

$$\begin{aligned} (a_i, b_i^*) \rightarrow (a_j, b_j^*) &= (a_i, b_i^*) \\ \text{或 } (a_i, b_i^*) \rightarrow (a_j, b_j^*) &= (a_j, b_j^*). \end{aligned}$$

其中 $i, j = 1, 2, \dots, n; i^*, j^* = 1, 2$ 为正整数.

注 1 设 $x = (a_i, b_i^*)$, $y = (a_j, b_j^*)$, (a_i, b_i^*) 为蕴涵不可约元, 由于

$$\begin{aligned} x \rightarrow y &= (a_i, b_i^*) \rightarrow (a_j, b_j^*) \\ &= (a_i \rightarrow_{L_n} a_j, b_i^* \rightarrow_{L_2} b_j^*) \\ &= (a_{\min\{n-i+j, n\}}, b_{\min\{2-i^*+j^*, 2\}}), \end{aligned}$$

又因 $(a_i, b_i^*) \neq (a_n, t)$, 故有

$$\begin{aligned} (a_{n-i+j}, b_{2-i^*+j^*}) &= (a_i, b_i^*) \\ \text{或 } (a_{n-i+j}, b_{2-i^*+j^*}) &= (a_j, b_j^*). \end{aligned}$$

$$\text{因此, } \begin{cases} n-i+j = i \\ 2-i^*+j^* = i^* \end{cases}$$

$$\text{或 } \begin{cases} n-i+j = j \\ 2-i^*+j^* = j^* \end{cases}$$

又因为 $(a_i, b_i^*) \neq (a_n, t)$ 且 i, i^*, j, j^*, n 为正整

数. 故仅有 $i \neq j$ 且 $\begin{cases} 2i = n + j \\ i^* = j^* = 2 \end{cases}$ 成立.

例 2 若以六元格蕴涵代数 $\mathcal{L}_6 = (L_6, \vee, \wedge, ', \rightarrow, 0, 1)$ 为例, 其 Hasse 图和蕴涵运算 " $\rightarrow$ " 分别见图 1 和表 1. 在文献[3]中例 2.1.4; 设六元格 $L_6 = \{0, a, b, c, d, 1\}$ 的 Hasse 图如图 1, 它的逆序对合运算 " $'$ " 定义如下:

$0' = 1, a' = c, b' = d, c' = a, d' = b, 1' = 0$;

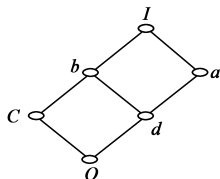


图1 L_6 的 Hasse 图

其中蕴涵运算 " $\rightarrow$ " 如表 1 中定义:

表 1 L_6 的蕴涵运算表

$\rightarrow$	0	a	b	c	d	1
0	1	1	1	1	1	1
a	c	1	b	c	b	1
b	d	a	1	b	a	1
c	a	a	1	1	a	1
d	b	1	1	b	1	1
1	0	a	b	c	d	1

因为

$$a \rightarrow b = b, a \rightarrow c = c, b \rightarrow a = a, c \rightarrow a = a,$$

$$b \rightarrow c = b.$$

则蕴涵不可约元有 a, b, c .

例 3 若以六元语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{v(3 \times 2)} = (L_{v(3 \times 2)}, \vee, \wedge, ', \rightarrow, (a_3, b_1), (a_3, b_2))$ 为例, 则仅有 (a_2, b_2) 为蕴涵不可约元.

定理 1 $A = \{(a_i, b_2) \mid i \geq \frac{n+1}{2}, i \neq n\}$ 为语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)}$ 中的所有蕴涵不可约元集合.

证明 对任意 $(a_i, b_2) \in A$, 则 $2i \geq n+1$ 成立. 由注 1 得 $2i = n + j \geq n+1$ 显然成立, 即 (a_i, t) 为蕴涵不可约元.

假设存在 $(a_{i_0}, b_2) \notin A$ 为蕴涵不可约元, 即有 $(a_{i_0}, b_2) = (a_i, b_i^*) \rightarrow (a_j, b_j^*)$ 蕴涵, $(a_{i_0}, b_2) = (a_i, b_i^*)$ 或 $(a_{i_0}, b_2) = (a_j, b_j^*)$ 成立, 即有 $i_0 = i, j$. 根据注 1 可知 $2i_0 = n + j \Rightarrow i_0 = \frac{n+j}{2} \geq \frac{n+1}{2} (j \geq 1)$, 即 $(a_{i_0}, b_2) \in A$, 这与假设矛盾.

因此, 由上述可知 $A = \{(a_i, b_2) \mid i \geq \frac{n+1}{2}, i \neq n\}$ 为蕴涵不可约元集合.

例 4 由注 1 可知, 在十八元语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{v(9 \times 2)}$ 中, $\{(a_5, b_2), (a_6, b_2), \dots, (a_8, b_2)\}$ 为 $\mathcal{L}_{v(9 \times 2)}$ 的蕴涵不可约元集.

定义 5 称语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)}$ 中的元 y 为有限蕴涵分解元, 如果存在一些蕴涵不可约元 $x_1, x_2, \dots, x_i$ 使得 $y = (((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow \dots) \rightarrow x_i$. 进一步, 如果对任意 $1 \leq j \leq i, y \neq (((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow \dots) \rightarrow x_j$, 则称此分解为不可约.

定理 2 设 $(a_i, b_2) \in L_{v(n \times 2)}$, 若 $i > \frac{n+1}{2}$, 则 (a_i, b_2) 是有限蕴涵分解元, 但此分解不唯一.

证明 根据注 1 可知 $i > \frac{n+1}{2}$ 时, (a_i, b_2) 为蕴涵不可约元. 因此 $(a_{i+2}, b_2), (a_i, b_2)$ 为蕴涵不可约元. 由于 $(a_i, b_2) = (a_{i+2}, b_2) \rightarrow (a_i, b_2)$, 故 (a_i, b_2) 是蕴涵可分解元.

假设 (a_i, b_2) 的分解是唯一的. 事实上, 取蕴涵不可约元 $(a_{i-1}, b_2), (a_{i+1}, b_2), (a_{i+2}, b_2)$, 则有 $(a_i, b_2) = ((a_{i+2}, b_2) \rightarrow (a_{i+1}, b_2)) \rightarrow (a_{i-1}, b_2)$ 成立; 再取蕴涵不可约元 $(a_{i-1}, b_2), (a_{i+2}, b_2), (a_{i+3}, b_2)$, 则有 $(a_i, b_2) = ((a_{i+3}, b_2) \rightarrow (a_{i+2}, b_2)) \rightarrow (a_{i-1}, b_2)$ 成立. 故有 (a_i, b_2) 有限蕴涵分解不唯一.

例 5 设 $\mathcal{L}_{v(9 \times 2)}$ 是十八元语言真值格蕴涵代数, 则有 (a_6, b_2) 有限蕴涵分解元, 但此分解不唯一. 如 $(a_6, b_2) = ((a_8, b_2) \rightarrow (a_7, b_2)) \rightarrow (a_5, b_2)$, $(a_6, b_2) = ((a_7, b_2) \rightarrow (a_6, b_2)) \rightarrow (a_5, b_2)$.

定理 3 设 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)}$ 是语言真值格蕴涵代数, 则有 (a_s, b_1) 为有限蕴涵分解不可约元.

证明 假设 (a_i, b_1) 为有限蕴涵分解元, 则至少存在两个蕴涵不可约元 $(a_i, b_2), (a_j, b_2)$ 使 $(a_s, b_1) = (a_i, b_2) \rightarrow (a_j, b_2)$ 成立, 则有 $b_1 = b_2$ 且 $s = \min\{n - i + j, n\}$. 显然 $b_1 = b_2$ 是矛盾的, 即 $(a_i, b_1) = (a_s, b_2) \rightarrow (a_j, b_2)$ 不成立. 因此, (a_s, b_1) 为有限蕴涵分解不可约元.

例 6 设 $\mathcal{L}_{v(9 \times 2)}$ 是十八元语言真值格蕴涵代数, 则有 $(a_i, b_1) (i = 1, 2, \dots, 9)$ 为有限蕴涵分解不可约元.

定理 4 设 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)}$ 是语言真值格蕴涵代数. 如果对任意的 $i \geq \frac{n+1}{2}, (((a_{i+1}, b_2) \rightarrow (a_i, b_2)) \rightarrow (a_{(n+1)/2}, b_2) = (a_j, b_2))$, 则 (a_j, b_2) 仍为 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)}$ 中的蕴涵不可约元.

证明 当 $i \geq \frac{n+1}{2}$ 时, 根据定理 1 有 $(a_i, b_2), (a_{i+1}, b_2), (a_{(n+1)/2}, b_2)$ 为蕴涵不可约元. 又因为 $((a_{i+1}, b_2) \rightarrow (a_i, b_2)) \rightarrow (a_{(n+1)/2}, b_2) = ((a_{i+1} \rightarrow_{L_n} a_i) \rightarrow_{L_n} a_{(n+1)/2}, b_2) = (a_{(n+3)/2}, b_2)$.

故有 $j = \frac{n+3}{2} > \frac{n+1}{2}$, 由定理 1 得 (a_j, b_2) 为蕴涵

不可约元.

定义 6 在语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)}$ 中, 如果存在蕴涵不可约元 $y, z \in \mathcal{L}_{v(n \times 2)}$ 使 $x = y \otimes z$ 成立, 则称 x 是 y 与 z 通过运算 $\otimes$ 生成的生成元. 其中 $y \otimes z = (y \rightarrow z)'$.

定理 5 若 (a_i, b_2) 和 (a_j, b_2) 为 $\mathcal{L}_{v(n \times 2)}$ 中的蕴涵不可约元, 且 $1 \leq m \leq n-2$, 则 (a_m, b_2) 可由 (a_i, b_2) 和 (a_j, b_2) 通过运算 $\otimes$ 而生成.

证明 根据注 1 有 $\frac{n+1}{2} \leq i, j \leq n-1$, 故有 $1 \leq i+j-n \leq n-1+n-n-1=n-2$. 又因为

$$\begin{aligned} & (a_i, b_2) \otimes (a_j, b_2) \\ &= ((a_i, b_2) \rightarrow (a_j, b_2))' \\ &= (a_{\min\{n, 2n-i-j+1\}}, b_1)' \\ &= (a_{i+j-n}, b_2), \end{aligned}$$

取 $(a_m, b_2) = (a_{i+j-n}, b_2)$, 故 (a_m, b_2) 可由 (a_i, b_2) 和 (a_j, b_2) 通过 $\otimes$ 生成.

例 7 在 $\mathcal{L}_{v(9 \times 2)}$ 中, (a_2, b_2) 可由 (a_6, b_2) 和 (a_5, b_2) 通过算子 $\otimes$ 生成, 而 (a_6, b_2) 可由 (a_7, b_2) 和 (a_8, b_2) 通过算子 $\otimes$ 生成.

下面以具体算例说明上面所给出的蕴涵不可约元的潜在应用:

风险投资公司对企业进行科技项目投资时, 首先由数位专家对拟申报企业进行评估, 由于专家对评价指标存在一定的偏好, 因此每位专家的评价结论均含有一定的不确定性信息. 因此需要决策者对所有申报企业确定最佳投资方案, 最后确定最优企业进行投资, 从而使科技企业获取更大利润空间.

例 8 假设用自然语言表述的命题如下:

(1) 如果申报企业的销售能力极为强, 管理层的管理水平非常高, 生产车间的生产能力极为高, 研发部门的技术水平极为高, 财务部门的资金运作能力非常强, 并且企业自身规避风险能力极为强, 那么对该企业进行高科技项目投资极为合适;

(2) 决策者依据评价指标对申报企业进行评估如下: 该申报企业的销售能力十分强, 管理层的管理水平非常高, 生产车间的生产能力非常高, 研发部门的技术水平极为高, 财务部门的资金运作能力极为强, 并且企业自身规避风险能力十分强.

问题: 对这个企业进行科技项目投资的可能性有多大?

首先此问题纳入到逻辑系统考虑, 以十八元语言真值格蕴涵代数 $\mathcal{L}_{v(9 \times 2)}$ 为赋值域, 逻辑系统中参数选取为蕴涵不可约元. 设 x 表示企业, $f(x)$ 表示企业 x 的销售能力, $g(x)$ 表示企业 x 的管理水平, $h(x)$ 表示企业 x 的生产能力, $m(x)$ 表示企业 x 的技术水平, $n(x)$

表示企业 x 的资金运作能力, $k(x)$ 表示企业 x 的规避风险能力, $s(x)$ 表示企业 x 进行科技项目投资的决策程度. 因此, 上述问题可形式化为:

(3) $(\forall x)((f(x); \text{极为强}), (\text{极为}, \text{真}))$

$\wedge ((g(x); \text{非常高}), (\text{非常}, \text{真}))$

$\wedge ((h(x); \text{极为高}), (\text{极为}, \text{真}))$

$\wedge ((m(x); \text{极为高}), (\text{极为}, \text{真}))$

$\wedge ((n(x); \text{非常强}), (\text{非常}, \text{真}))$

$\wedge ((k(x); \text{极为高}), (\text{极为}, \text{真}))$

$\rightarrow ((s(x); \text{极为合适}), (\text{极为}, \text{真}));$

(4) $(f(a); \text{十分好}), (\text{十分}, \text{真});$

(5) $(g(a); \text{非常高}), (\text{非常}, \text{真});$

(6) $(h(a); \text{非常高}), (\text{非常}, \text{真});$

(7) $(m(a); \text{极为高}), (\text{极为}, \text{真});$

(8) $(n(a); \text{极为强}), (\text{极为}, \text{真});$

(9) $(s(a); \text{十分高}), (\text{十分}, \text{真}).$

因此, 语言真值可转化为:

(10) $(\forall x)((\text{极为}, \text{真}) \wedge (\text{非常}, \text{真}) \wedge (\text{极为}, \text{真}))$

$\wedge (\text{极为}, \text{真}) \wedge (\text{非常}, \text{真}) \wedge (\text{极为}, \text{真}) \rightarrow$

$(\text{极为}, \text{真}),$ 记为 $(\forall x)((a_8, t) \wedge (a_7, t) \wedge (a_8, t) \wedge (a_8, t) \wedge (a_7, t) \wedge (a_8, t)) \rightarrow (a_8, t);$

(11) $(\text{十分}, \text{真}) \wedge (\text{非常}, \text{真}) \wedge (\text{非常}, \text{真})$

$\wedge (\text{极为}, \text{真}) \wedge (\text{极为}, \text{真}) \wedge (\text{十分}, \text{真}),$ 记为

$(a_6, t) \wedge (a_7, t) \wedge (a_7, t) \wedge (a_8, t) \wedge (a_8, t) \wedge (a_6, t).$

因此, 结论可由

$$\tilde{Y}(\psi) = C_{\mathcal{I}_i}^{(a_2, b_1)} \otimes \tilde{X}(\psi)$$

$$= \bigwedge_{T \in \mathcal{I}_i} ((\bigwedge_{\varphi \in \mathcal{I}_j} ((a_2, b_1) \otimes \tilde{X}(\varphi) \rightarrow T(\varphi)) \rightarrow T(\psi))$$

$$= \bigwedge_{T \in \mathcal{I}_i} (((a_2, b_1) \rightarrow T((a_9, b_2))) \rightarrow T(\psi))$$

$$= \bigwedge_{T \in \mathcal{I}_i} T(\psi) = \bigwedge_{T \in \mathcal{I}_i} \psi.$$

由于新的信息所对应的真值为

$$\psi = (a_6, t) \wedge (a_7, t) \wedge (a_7, t) \wedge (a_8, t) \wedge (a_8, t) \wedge (a_6, t)$$

$$= (a_6, t).$$

故由新信息的语言真值可导出的结论语言真值为

$$\tilde{Y}((a_6, t)) = \bigwedge_{T \in \mathcal{I}_i} (a_6, t) = (a_6, t).$$

由上面分析推理的结论为: 对企业 a 进行科技项目投资评价结果的语言真值为 (十分, 真), 即该企业进行科技项目投资十分合适, 此结论为决策者提供了投资的依据.

4 结论

本文在语言真值格蕴涵代数的框架下, 利用蕴涵

算子提出了蕴涵不可约元的定义,并对其相关的代数结构进行研究,得到了有限蕴涵分解元以及生成元的一些性质,并通过具体实例说明了它在智能决策中的潜在应用,这些性质将为不确定性推理的研究提供新的思路与方法。

参考文献

- [1] R Ben-Eliyahu, R Dechter. Default reasoning using classical logic[J]. Artificial Intelligence, 1996, 84(1-2): 113-150.
- [2] 徐扬. 格蕴涵代数[J]. 西南交通大学学报, 1993, 28(1): 20-27.
- [3] Y Xu, D Ruan, K Y Qin, J Liu. Lattice-Valued Logic-An Alternative Approach to Treat Fuzziness and Incomparability: Studies in Fuzziness and Soft Computing[M]. Volume 132, Berlin: Springer, 2003.
- [4] N Cat Ho, Wolfgang Wechler. Hedge algebras: An algebraic approach to structure of sets of linguistic truth values[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1990, 35(3): 281-293.
- [5] N Cat Ho. A method in linguistic reasoning on a knowledge base representing by sentences ith linguistic belief degree[J]. Fundamenta Informaticae, 1996, 28(3-4): 247-259.
- [6] 王国俊, 宋建社. 命题逻辑中的程度化方法[J]. 电子学报, 2006, 34(2): 252-257.
WANG Guo-jun, SONG Jian-she. Graded method in propositional logic[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(2): 252-257. (in Chinese)
- [7] 李骏, 邓富喜. n 值 S-MTL 命题逻辑系统中公式真度的统一理论[J]. 电子学报, 2011, 39(8): 1864-1868.
LI Jun, DENG Fu-xi. Unified theory of truth degrees in n -valued S-MTL propositional logic[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(8): 1864-1868. (in Chinese)
- [8] 李骏, 姚锦涛. 命题逻辑系统 SMTL 中公式的积分真度理论[J]. 电子学报, 2013, 41(5): 878-883.
LI Jun, YAO Jin-tao. Theory of integral truth degrees of formula in SMTL propositional logic[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(5): 878-883. (in Chinese)
- [9] 韩召伟. 量子 Büchi 自动机的代数及逻辑刻画[J]. 电子学报, 2013, 41(6): 1093-1100.
HAN Zhao-wei. Algebraic and logical characterizations of quantum büchi automata[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(6): 1093-1100. (in Chinese)
- [10] 吴洪博, 汪宁. 基于正则 FI 代数的 MT 理想及其应用[J]. 电子学报, 2013, 41(7): 1389-1394.
WU Hong-bo, WANG Ning. MT ideals of regular FI algebras with their applications[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(7): 1389-1394. (in Chinese)
- [11] Y B Jun, E H Roh, Y Xu. LI-ideals in lattice implication algebras[J]. Bulletin of the Korean Mathematical Society, 1998, 35: 13-24.
- [12] Y L Liu, S Y Liu, Y Xu, K Y Qin. LI-ideals and prime LI-ideals in lattice implication algebras[J]. Information Sciences, 2003, 155(1-2): 157-175.
- [13] Y B Jun, Y Xu. Fuzzy LI-ideals in lattice implication algebras[J]. Journal of Fuzzy Mathematics, 1999, 7(4): 997-1003.
- [14] Y B Jun, Y Xu, K Y Qin. Normal fuzzy LI-ideals in lattice implication algebras[J]. Journal of Fuzzy Mathematics, 1999, 7(4): 1045-1052.
- [15] Y B Jun, Y Xu, K Y Qin, E H Roh. Intuitionistic fuzzy LI-ideals in lattice implication algebras[J]. Science China Mathematics, 2000, 3(2): 185-192.
- [16] Y Xu, K Y Qin. On filters of lattice implication algebras[J]. Journal of Fuzzy Mathematics, 1993, 1: 251-260.
- [17] 刘军, 徐扬. 格蕴涵代数的滤子与结构[J]. 科学通报, 1997, 42(10): 1049-1052.
- [18] 王学芳, 徐扬, 宋振明. 格蕴涵代数中滤子的若干性质[J]. 西南交通大学学报, 2001, 36(5): 536-539.
- [19] Jiajun Lai, Yang Xu. On WLI-ideal space and the properties of WLI-ideals in lattice implication algebra (LIA)[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computing (Springer), 2009, 31(1): 113-127.
- [20] Jiajun Lai, Yang Xu, Jun Ma. On extension of LI-ideal in lattice implication algebra. international fuzzy systems association[A]. Oscar Castillo, Patricia Melin, Oscar Montiel Ross, Roberto Sepulveda Cruz, Witold Pedrycz, Janusz Kacprzyk(Eds). Proceeding of Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing (IFSA)[C]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag 2007. 337-348.
- [21] Jiajun Lai, Shuwei Chen, Yang Xu, Keyun Qin, Li Chen. On relationships of fuzzy filters in lattice implication algebra[A]. Bing-Yuan Cao, Editor. Proceeding of the Second International Conference of Fuzzy Information and Engineering (ICFIE)[C]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. 1000-1008.
- [22] Liyong Zou, Jiajun Lai. Fuzzy lattice filter in lattice implication algebra[A]. Proceedings of International Conference on New Trends in Information and Service Science[C]. USA: IEEE, 2009. 691-694.
- [23] Jiajun Lai, Yang Xu. Fuzzy weak filter in lattice implication algebra[J]. International Journal of Fuzzy Mathematics, 2009, 17(1): 167-175.
- [24] Jiajun Lai, Yang Xu, Zhiyan Chang. On FP-filters and FPD-filters of lattice implication algebra[J]. International Journal of Applied Mathematics and Informatics, 2008, 26(3-4): 653-660.
- [25] Jiajun Lai, Yang Xu, Jun Ma, Xiaodong Pan. Congruence relations induced by weak-filters and FWLI-ideals in lattice implication algebra[J]. International Journal of Modern Mathematics, 2007, 2(1): 135-142.

- [26] Lai Jiajun, Xu Yang, Zeng Zhaoyou, Wu Shuiting. Weak LI-ideal in lattice implication algebra[J]. International Journal of Computer Science and Network Security, 2006, 6(9A): 28 – 32.
- [27] LAI Jia-jun, XU Yang, SONG Zhen-ming. Logical properties of lattice filter of lattice implication algebra[J]. Journal of Southwest Jiaotong University(English Edition), 2007, 15(4): 353 – 356.
- [28] Qin K Y, Pei Z, Jun Y B. On normed lattice implication algebras[J]. Journal of Fuzzy Mathematics, 2006, 14(3): 673 – 681.
- [29] 赖家俊, 徐扬, 秦克云. 基于赋范格 H 蕴涵代数的性质[J]. 数学物理学报, 2010, 30(6A): 1465 – 1473.
- [30] 赖家俊, 徐扬. 赋范格 H 蕴涵代数与模糊赋范格 H 蕴涵代数[J]. 计算机科学, 2008, 35(11): 156 – 160.
- [31] Y Xu, S W Chen, J Ma. Linguistic truth-valued lattice implication algebra and its properties[A]. Proceeding of Multi Conference on Computational Engineering in Systems Applications [C]. USA: IEEE, 2006. 1413 – 1418.
- [32] Jiajun Lai, Kaijun Xu, Yang Xu, Zhaoyou Zeng. Linguistic truth-valued lattice value propositional logic system $\mathcal{LP}(X)$ [A]. Proceeding of the International Conference on ISKE Intelligent Systems and Knowledge Engineering [C]. USA: IEEE, 2007. 1546 – 1551.
- [33] Jiajun Lai, Yang Xu. Linguistic truth-valued lattice valued propositional logic system $\mathcal{LP}(X)$ based on linguistic truth-valued lattice implication algebra[J]. Information Sciences, 2010, 180(10): 1990 – 2002.
- [34] 赖家俊, 徐扬. 基于语言真值格值命题逻辑系统 $\mathcal{LP}$ 的推理规则[J]. 计算机科学, 2008, 35(9): 230 – 232.
- [35] 赖家俊, 徐扬. 基于语言真值格值一阶逻辑系统中程度化公式的注记[J]. 系统科学与数学, 2013, 33(10): 1256 – 1262.
- [36] 赖家俊, 徐扬. 基于语言真值格蕴涵代数中对偶分子的推理性质[J]. 模糊系统与数学, 2010, 24(2): 1 – 6.
- [37] 赖家俊, 徐扬. 基于语言真值格值一阶逻辑的不确定性推理的语法[J]. 模糊系统与数学, 2011, 25(2): 1 – 6.

作者简介



赖家俊 男, 1970 年出生, 湖北恩施市人, 2010 年 12 月获西南交通大学工学博士学位, 西南交通大学讲师, 硕士生导师(三峡大学), 研究方向: 逻辑代数, 智能信息处理和不确定性推理.



徐 扬 男, 1956 年出生, 河南新乡市人, 1996 年获西南交通大学工学博士学位, 西南交通大学教授, 博士生导师, 研究方向: 归结自动推理, 不确定性推理, 逻辑代数和代数逻辑.
E-mail: xuyang@home.swjtu.edu.cn